

Teorem:  $b^2 + c^2 \neq 0$  ise  $ebob(a, b, c) = (a, (b, c))$  olur.

İspat:  $d = ebob(a, b, c)$ ,  $e = (a, (b, c))$  olsun.  $d > 0$  ve  $e > 0$  dır.  $d \mid a$ ,  $d \mid b$ ,  $d \mid c$  olduğundan (ve  $(b, c) = mb + nc$  olarak yazılabildiğinden)  $d \mid e$  ve bunun sonucu olarak  $d \leq e$  olur.  $e \mid a$ ,  $e \mid b$ ,  $e \mid c$  olduğundan  $e \leq d$  olur.

Dolayısıyla  $d = e$  olmak zorundadır.

Sonuç:  $ebob(a, b, c) = ma + nb + kc$  olacak şekilde  $m, n, k \in \mathbb{Z}$  vardır.

İspat: ( $b^2 + c^2 \neq 0$  ise)

$ebob(a, b, c) = (a, (b, c)) = ma + q(b, c) = ma + q(rb + st) = ma + qrb + qsc = ma + nb + kc$

Teorem:  $n \geq 2$  ve  $a_1, a_2, \dots, a_n \in \mathbb{Z}$  ve  $a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_{n-1}^2 \neq 0$  olsun. O

zaman:

$$ebob(a_1, a_2, \dots, a_n) = ebob(ebob(a_1, a_2, \dots, a_{n-1}), a_n)$$

olur.

İspat: Tümevarımla.

Sonuç:

$ebob(a_1, a_2, \dots, a_n) = m_1 a_1 + m_2 a_2 + \dots + m_n a_n$  olacak şekilde  $m_1, m_2, \dots, m_n \in \mathbb{Z}$  vardır.

İspat: Tümevarım ve önceki teoremi kullanın.