

TOPOLOJİ PROBLEMLERİ  
IIA

1.  $X = \mathbb{R}$  ve  $\tau = \tau_L = \tau_{sol}$  (sol ışın topolojisi) olsun.  $\mathbb{R}$  nin bu topolojiye göre tüm kapalı alt kümelerini bulun.
2.  $X = \mathbb{R}$  ve  $\tau = \tau_{std}$  ( $\mathbb{R}$  nin standard=alışılmış topolojisi) olsun. Bu topolojiye göre tüm kapalı aralıkların kapalı küme olduğunu gösteriniz. Kapalı aralık olmayan bir kapalı küme bulunuz.
3.  $X = \mathbb{R}$  ve  $A = (0, 1) \cup \{2\}$  olsun. Aşağıdaki topolojilere göre  $\bar{A}$  yı bulun:  
a) standart b) sonlu tümleyenli c) sol ışın d) sağ ışın e) ayrık f) ayrık olmayan.
4.  $(X, \tau)$  bir topolojik uzay olsun.  $A \subseteq X$  olsun.  
 $A$  açıktır  $\iff A^c = X \setminus A$  kapalıdır.  
olduğunu gösteriniz.
5.  $X = \mathbb{R}$ ,  $\tau = \tau_{std}$  olsun. Eğer  $\emptyset \neq A \subset \mathbb{R}$  üstten sınırlı ise  $\sup A \in \bar{A}$  olduğunu gösteriniz.
6.  $(X, \tau)$  bir topolojik uzay,  $A, B \subseteq X$  olsun. Aşağıdakileri gösteriniz.  
(a)  $A$  açık,  $B$  kapalı ise  $A \setminus B$  açıktır.  
(b)  $A$  kapalı,  $B$  açık ise  $A \setminus B$  kapalıdır.
7.  $X = \mathbb{R}$ ,  $\tau = \tau_{cof}$  (sonlu tümleyenli topoloji) olsun.  $U \subseteq \mathbb{R}$  açık ve  $A \subset \mathbb{R}$  sonlu ise  $U \setminus A$  nın da açık küme olduğunu gösteriniz.
8.  $X = \mathbb{R}$ ,  $\tau = \tau_{std}$  olsun.  $\mathbb{R}$  de  $A, A \setminus B$  açık, ama  $B$  kapalı olmayacak şekilde  $A, B$  alt kümeleri bulunuz.
9.  $X = \mathbb{R}$  olsun. Eğer  $a, b \in \mathbb{R}$  ve  $a < b$  ise  $(a, b) \in \tau_{std}$  olduğunu gösterin.
10.  $X = \mathbb{R}$ ,  $\tau = \tau_{std}$  olsun. Eğer  $a, b \in \mathbb{R}$  ve  $a \neq b$  ise  $a \in U, b \in V, U \cap V = \emptyset$  olacak şekilde  $U, V$  açık kümelerinin var olduğunu gösteriniz.
11.  $X = \mathbb{R}$ ,  $A = (1, 2) \cup \{3\}$  ve  $B = (-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$  olsun.  $A'$  ve  $B'$  (yığılma noktaları kümeleri) yü aşağıdaki topolojilere göre bulunuz.  
a) Standart b) sonlu tümleyenli c) Sol ışın d) sağ ışın e) ayrık f) ayrık olmayan.
12.  $X \neq \emptyset$  bir küme ve  $\tau$ =ayrık topoloji olsun. Her  $A \subseteq X$  için  $A' = \emptyset$  olduğunu gösteriniz.
13.  $X \neq \emptyset$  bir küme ve  $\tau = \{\emptyset, X\}$  (ayrık olmayan topoloji) olsun.  $A \subseteq X$  olsun.  
(a)  $|A| \geq 2$  ise  $A' = X$  olduğunu gösteriniz.  
(b)  $|A| = 1$  ise  $A' = X \setminus A$  olduğunu gösteriniz.
14.  $X = \mathbb{R}$ ,  $\tau = \tau_L$  (sol ışın topolojisi) olsun. Aşağıdaki önermelerin eşdeğer olduğunu gösterin:  
(a)  $A, \mathbb{R}$  de yoğundur  
(b)  $A$  alttan sınırlı değildir.
15.  $(X, \tau)$  bir topolojik uzay olsun. Aşağıdaki önermelerin eşdeğer olduğunu gösterin :  
a)  $\forall x \in X, \{x\}$  kapalı kümedir b)  $\tau_{ts} \subseteq \tau$  ( $\tau_{cof} = \tau_{ts}$  sonlu tümleyenli topoloji)