

TOPOLOJİ PROBLEMLERİ
IIB

1. $X = \mathbb{R}$ ve $\tau = \{(-\infty, -a) \cup (2a, +\infty) : a \in \mathbb{R}, a \geq 0\} \cup \{\emptyset, \mathbb{R}\}$ olsun.
 - (a) τ nun \mathbb{R} üzerinde bir topoloji olduğunu gösterin.
 - (b) $A = [1, +\infty)$ ise \bar{A} , $\text{Int } A$, $\text{Ext } A$ ve $\text{Bd } A$ yı bulunuz.
2. $X = \mathbb{R}$ ve $\tau = \{(-\infty, -a) \cup (a, +\infty) : a \in \mathbb{R}, a \geq 0\} \cup \{\emptyset, \mathbb{R}\}$ olsun.
 - (a) τ nun \mathbb{R} üzerinde bir topoloji olduğunu gösterin.
 - (b) $A = (-\infty, -1] \cup [2, +\infty)$ ise \bar{A} , $\text{Int } A$, $\text{Ext } A$ ve $\text{Bd } A$ yı bulunuz.
 - (c) $1 \in A'$ olduğunu gösteriniz
3. $X = \mathbb{R}^2$, $\tau = \{\mathbb{R} \times (-\infty, a) : a \in \mathbb{R}\} \cup \{\emptyset, \mathbb{R}^2\}$ olsun.
 - (a) τ nun \mathbb{R}^2 üzerinde bir topoloji olduğunu gösterin.
 - (b) $A = \{(x, y) : y = x^2\}$ ise \bar{A} ve $\text{Int } A$ yi bulunuz.
4. $X = \mathbb{R}$, $\tau = \{(-a, 2a) : a \in \mathbb{R}, a > 0\} \cup \{\emptyset, \mathbb{R}\}$ olsun.
 - (a) τ nun \mathbb{R} üzerinde bir topoloji olduğunu gösterin.
 - (b) $A = (1, 3)$ ise \bar{A} , $\text{Int } A$, $\text{Ext } A$ ve $\text{Bd } A$ yı bulunuz.
5. $X = \mathbb{R}^2$, $\tau = \{(-\infty, a) \times \mathbb{R} : a \in \mathbb{R}\} \cup \{\emptyset, \mathbb{R}^2\}$ olsun.
 - (a) τ nun \mathbb{R}^2 üzerinde bir topoloji olduğunu gösterin.
 - (b) $A = \{(1, 3)\}$ ise \bar{A} yı bulunuz.
6. $X = \mathbb{Z}$, $\tau = \{A_n : n \in \mathbb{Z}\} \cup \{\emptyset, \mathbb{Z}\}$, $A_n = \{k \in \mathbb{Z} : k < n\}$ olsun.
 - (a) τ nun \mathbb{Z} üzerinde bir topoloji olduğunu gösterin.
 - (b) $B = \{2^n : n \in \mathbb{N}\}$ ise $B' = \{k : k \geq 3\}$ olduğunu gösteriniz.
7. $X = \mathbb{R}$, $\tau = \{U \subseteq \mathbb{R} : 0 \in U\} \cup \{\emptyset\}$ olsun.
 - (a) τ nun \mathbb{R} üzerinde bir topoloji olduğunu gösterin.
 - (b) $A = [1, 2]$ ise \bar{A} , $\text{Int } A$, $\text{Ext } A$ ve $\text{Bd } A$ yı bulunuz.