MT 342 GENEL TOPOLOJİ FİNAL SINAVI
(5 Soru Yanıtlayınız)

1) $\mathbb{R}$ üzerinde $\tau = \{(-a,a) : a > 0\} \bigcup \{\varnothing, \mathbb{R}\}$ topolojisi verilsin. $A = (-\infty, 1]$ olmak üzere $IntA$, $ExtA$, BdA ve $\overline{A}$ kümelerini bulunuz.

2) $X = \{a,b,c,d\}$ olmak üzere $\boldsymbol{B} = \{\{a,b\},\{b,c\},\{d\},\{b\}\}$ ailesinin X üzerinde bir topolojinin bazı olduğunu gösteriniz.

3) $X = \{a,b,c,d\}$, $\tau = \{\varnothing, X, \{a\}, \{a,b\}, \{a,b,c\}\}$ ve
$Y = \{x,y,z,w\}$, $\tau' = \{\varnothing, Y, \{x\}, \{x,y\}, \{y\}, \{y,z,w\}\}$ olmak üzere
$f : X \to Y$ $f(a) = y, f(b) = z, f(c) = w$ ve $f(d) = z$ olarak tanımlanan fonksiyonun ($\tau - \tau'$) sürekli olduğunu gösteriniz.

4) X sonsuz elemanlı bir küme ise (X, τ_{ts}) topolojik uzayının Hausdorff uzay olmadığını gösteriniz. ($\tau_{ts} = \{U \subseteq X : X - U \text{ sonlu}\} \bigcup \{\varnothing\}$)

5) d, X üzerinde bir metrik ve $k > 0$ olmak üzere $\rho : X \times X \to \mathbb{R}$ $\rho(x,y) = kd(x,y)$ olarak tanımlanan fonksiyonun X üzerinde bir metrik olduğunu gösteriniz.

6) Aşağıdaki boşlukları doldurunuz.
a) (X,τ) ve (Y,τ') topolojik uzayları verilsin. $\boldsymbol{B} = \{U \times V : U \in \tau,\ V \in \tau'\}$ ailesi …………………………………için bir bazdır.

b) (X,τ) ve (Y,τ') iki topolojik uzay olsun. $f : X \to Y$ fonksiyonu bire-bir örten, ve f, f^{-1} sürekli ise f fonksiyonuna ………………………………. denir.

c) (X,τ) ve (Y,τ') topolojik uzaylar ve $f : X \to Y$ bir fonksiyon olsun. Eğer her $U \in \tau$ için $f(U) \in \tau'$ oluyorsa f fonksiyonuna ……………………………………denir.

d) (X,d) bir metrik uzay, $p \in X$ ve $r > 0$ ise $B_r(p) =$………………………………………. kümesine p merkezli r yarıçaplı açık yuvar denir.

(Her soru 20 puandır. Başarılar)