MT 321 **PROBLEMLER** IV

Aşağıdaki problemlerde parametrik gösterimlerin yeterince türevlenebildiğini varsayınız.

1. α türevlenebilen bir parametrik gösterim ve bir $t \in I$ için $\alpha'(t) \neq 0$ olsun. $\Delta t \neq 0$ (ve $|\Delta t|$ yeterince küçük ise) $\alpha(t+\Delta t) \neq \alpha(t)$ olduğunu gösteriniz.

2. β birim hızda uzay eğrisi $\Delta\theta : T(s)$ ile $T(s+\Delta s)$ arasındaki (en küçük) açı ve $\kappa(s) \neq 0$ ise $\lim_{\Delta s \to 0^+} \frac{\Delta s\theta}{\Delta s} = \kappa(s)$ olduğunu gösterin.

3. β birim hızda uzay eğrisi $\kappa > 0$ ve $\Delta\theta = B(s)$ ile $B(s+\Delta s)$ arasındaki (en küçük) açı ve $\tau(s) \neq 0$ ise $\lim_{\Delta s \to 0^+} \frac{\Delta\theta}{\Delta s} = |\tau(s)|$ olduğunu gösterin.

4. (Birim hızda) bir parametrik gösterim sabit pozitif eğriliğe sahip ve bir düzlem içinde kalıyorsa bir çember (yayı) olduğunu gösterin.

5. (Birim hızda) bir parametrik gösterim r yarıcaplı bir küre yüzeyi üzerinde ve sabit $\frac{1}{r}$ eğriliğe sahip ise bir çember (yayı) olduğunu gösterin.

6. (Birim hızda) bir parametrik gösterim bir çember yayı ise T nin 1 yarıçaplı bir çemberin yayı olduğunu gösteriniz.

7. $\alpha(t) = \cos t\vec{i} + \sin t\vec{j} + t\vec{k}$ silindirik helisinin teğet doğrularının xy düzlemini kestikleri noktaları bulunuz.

8. $\alpha(t) = at\vec{i} + bt^2\vec{j} + ct^3\vec{k}$ eğrisinin teğetlerinin , ne zaman (a, b, c arasında nasıl bir ilişki varken), $\vec{u} = \vec{i} + \vec{j}$ vektörü ile sabit bir açı yaptığını bulunuz

9. Yay uzunluğu ile parametrize edilmiş bir eğri için $(\alpha' \times \alpha'') \cdot \alpha''' = \kappa^2\tau$ olduğunu gösteriniz.

10. Bir eğrinin küresel teğet indikatörünün eğriliğinin $\sqrt{\frac{\kappa^2+\tau^2}{\kappa^2}}$ olduğunu gösteriniz.

11. $\alpha(t) = t\vec{i} + \frac{1+t}{t}\vec{j} + \frac{1-t^2}{t}\vec{k}$ eğrisinin bir düzlem eğrisi olduğunu gösteriniz.

12. $\alpha(t) = a \cos \vec{i} + b \sin t\vec{j} + f(t)\vec{k}$ eğrisinin bir düzlem eğrisi olması için $f(t)$ nasıl bir fonksiyon olmalıdır?

13. $\alpha(t) = t\vec{i} + \frac{1}{2}t^2\vec{j} + \frac{1}{3}t^3\vec{k}$ eğrisinin 3 noktasındaki oskülatör düzlemlerinin bu noktalardan geçen düzlem üzerinde bir noktada kesiştiklerini gösteriniz.

14. Teğet indikatörünün burulmasının $\frac{\tau\kappa' - \kappa\tau'}{\kappa(\kappa^2+\tau^2)}$ olduğunu gösteriniz.

15. $\alpha(t) = e^t(a\cos t\vec{i} + a\sin t\vec{j} + b\vec{k})$ eğrisinin eğrilik ve burulmasını (yay uzunluğunun fonksiyonu olarak) bulunuz.

16. Bir eğri küre üzerinde ise (ve $\tau \neq 0$ ise)$\frac{d}{ds}(\frac{\kappa'}{\kappa^2\tau}) - \frac{\tau}{\kappa} = 0$ olduğunu gösteriniz.

17. Dairesel helisin merkezi eğrisinin de bir dairesel helis olduğunu gösteriniz.

18. Bir eğrinin involutunun eğrilik ve burulmasını bulunuz.

19. Eğrinin involutunun teğetinin, eğrinin normaline paralel olduğunu gösteriniz.

20. Bir silindrik helisin involutunun bir düzlem eğrisi olduğunu gösteriniz.