MT 321 PROBLEMLER III

1. $\alpha(t) = t^2\ \vec{i} + t^3\ \vec{j} + \cos t\ \vec{k}$ ile $\beta(t) = t\ \vec{i} + e^t\ \vec{j} + t^3\ \vec{k}$ nın denk olmadığını gösteriniz.

2. $\alpha : I \to \mathbb{R}^3, \beta : J \to \mathbb{R}^3$ parametrik gösterimler olsun.
$\alpha \approx \beta \iff$ kendisi ve tersi türevlenebilen , $1-1$,örten ve $\beta = \alpha \circ h$ olacak şekilde bir $h : J \to I$ varsa bağıntısının bir denklik bağıntısı olduğunu gösteriniz.

3. $\alpha(t) = e^t \cos t\ \vec{i} + e^t \sin t\ \vec{j} + e^t\ \vec{k}$ yı yay uzunluğu ile parametrize ediniz.

4. $\alpha(t) = t\ \vec{i} + \sqrt{2} \log t\ \vec{j} + \frac{1}{t}\ \vec{k}$ yi yay uzunluğu ile parametrize ediniz.

5. $\alpha(t) = \frac{2\sqrt{2}}{3} t^{\frac{3}{2}}\ \vec{i} + t \cos t\ \vec{j} + t \sin t\ \vec{k}$ yi yay uzunluğu ile parametrize ediniz.

6. $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$ türevlenebilen fonksiyonlar ise
a)$(f \times g)' = f' \times g + f \times g'$ b)$(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$
olduğunu gösteriniz.

7. $\alpha(t) = \frac{t}{1+t^2}\ \vec{i} + \frac{1-t^2}{1+t^2}\ \vec{j} + \frac{\sqrt{3}t}{1+t^2}\ \vec{k}$ yi yay uzunluğu ile parametrize ediniz.

8. $\alpha(t) = \sqrt{3}t\ \vec{i} + t\ \vec{j} + \left(\frac{3}{4}t^{\frac{4}{3}} - \frac{3}{2}t^{\frac{2}{3}}\right)\ \vec{k}$ i yay uzunluğu ile parametrize ediniz.

9. $\alpha \circ h = \beta$ olsun.$\vec{u} \perp \beta'(t)$ ise $\vec{u} \perp \alpha'(h(t))$ olduğunu gösteriniz.

10. $\alpha(t) = \cos t\ \vec{i} + \sin t\ \vec{j} + \sin t\ \vec{k}$, $t \in I$, $\beta(t) = t\ \vec{i} + 2t\ \vec{j} + 3t\ \vec{k}$, $t \in J$ olsun. I ve J ne olursa olsun $\alpha \not\approx \beta$ olduğunu gösteriniz.

11. $\alpha : I \to \mathbb{R}^3$ birim hızda ise $\alpha' \perp \alpha''$ (yani her s için $\alpha'(s) \perp \alpha''(s)$) olduğunu gösteriniz.

12. $\beta = \alpha \circ h$ ise (α, β parametrik gösterimler,$h : J \to I$ fonksiyon, $I, J \subset \mathbb{R}$) β'' yü $\alpha', \alpha'', h', h''$ cinsinden bulunuz.

13. $\alpha, \beta : I \to \mathbb{R}^3$ ve $\alpha' = \beta'$ olsun.Her $t \in I$ için $\beta(t) = \alpha(t) + v$ olacak şekilde bir $v \in \mathbb{R}^3$ varolduğunu gösteriniz.

14. $\alpha : I \to \mathbb{R}^3$ ve her $t \in I$ için $\alpha(t) \perp \alpha'(t)$ ise α nın bir küre yüzeyi üzerinde olduğunu gösteriniz.

15. $\alpha(t) = t\vec{i} + \sin t\vec{j} + e^t\vec{k}\ \ t \in \mathbb{R}$, $\beta(t) = \ln t\vec{i} + \sin(\ln t)\vec{j} + t\vec{k}\ \ \ t > 0$ olsun.$\alpha \sim \beta$ olduğunu gösteriniz.

16. $\alpha : I \to \mathbb{R}^3$ bir parametrik gösterim , $J = \{-t : t \in I\}$ $\bar{\alpha}(t) = \alpha(-t)$ olsun.a)$\bar{\alpha}$ nin bir parametrik gösterim olduğunu b)$\alpha \sim \beta \iff \bar{\alpha} \sim \bar{\beta}$ olduğunu gösteriniz.c).$\alpha(t) = (t, t^2, t^3)$ ise $\alpha \nsim \bar{\alpha}$ olduğunu gösteriniz.d)$\alpha \sim \bar{\alpha}$ olacak şekilde bir α parametrik gösterimi bulunuz.e).$\alpha \sim \bar{\alpha}$ ise α nın sabit olduğunu gösteriniz.

17. $\alpha, \beta : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3, \alpha(t) = \cos t\ \vec{i} + \sin t\ \vec{j} + \sin t\ \vec{k}$, $\beta(t) = \sin t\ \vec{i} + \cos t\ \vec{j} + \sin t\ \vec{k}$ olsun.$\alpha \nsim \beta$ olduğunu gösteriniz.

18. $\alpha : (0, 3\pi) \to \mathbb{R}^3, \alpha(t) = \cos t\ \vec{i} + \sin t\ \vec{j} + \sin t\ \vec{k}, \alpha : (0, 5\pi) \to R^3$, $\beta(t) = \cos t\ \vec{i} + \sin t\vec{j} + \sin t\vec{k}$ olsun.$\alpha \nsim \beta$ olduğunu gösteriniz.