

## MT 242 ANALİZ 4 ARA SINAVI

(5 Soru Yanıtlayınız)

1)  $A \subseteq \mathbb{R}$  kümesi:  $x \in A \Leftrightarrow -x \in A$  önermesini sağlayan bir küme olsun.

a)  $c \in (A \cap (c, +\infty))' \Leftrightarrow -c \in (A \cap (-\infty, -c))'$  önermesini ispatlayınız.

b)  $\lim_{x \rightarrow c^+} f = L \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow -c^-} f = -L$  önermesini ispatlayınız.

2) Aşağıdaki limitleri  $(\varepsilon - \delta)$  tekniği ile gösteriniz.

a)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+2}{x+1} = \frac{3}{2}$

b)  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\lfloor x+2 \rfloor}{x} = 2$

3) a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x-x}}{\sqrt{x+x}} = -1$  olduğunu gösteriniz.

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{sgn} \sin\left(\frac{1}{x}\right)$  limitinin **olmadığını** gösteriniz. (İpucu:  $(X_n) = \left(\frac{2}{(4n+1)\pi}\right)$  ve

$(Y_n) = \left(\frac{2}{(4n+3)\pi}\right)$  dizilerini düşünün.)

4)  $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  sürekli bir fonksiyon,  $m: f$  nin  $[a, b]$  aralığındaki minimum değeri,  $M: f$  nin  $[a, b]$  aralığındaki maksimum değeri ise  $f([a, b]) = [m, M]$  olduğunu gösteriniz.

5)  $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  sürekli bir fonksiyon,  $E = \{x \in [a, b]: f(x) - x = 2\}$  olsun.  $(X_n) \subseteq E$  ve  $X_n \rightarrow x_0$  ise  $x_0 \in E$  olduğunu gösteriniz.

6)  $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  sürekli bir fonksiyon ve  $f(0) = f(1)$  ise  $f\left(\frac{c}{2}\right) = f\left(\frac{c+1}{2}\right)$  olacak şekilde bir  $c \in (0, 1)$  olduğunu gösteriniz.