

MT241 Analiz III 2. Arasınav

27 ARALIK 1999

Öğrenci No :

Name _____

Soruların cevaplarını, soru kağıdı üzerinde her sorunun hemen altında cevap için ayrılan yere yazınız. Bir cevap için için ayrılan yerin dışına yazılan cevaba ilişkin karalamalar geçersiz sayılacaktır. Aşağıda verilen (i)-(ii) önermelerinin bilindiğini varsayabilirsiniz.

i) $0 < x \in \mathbb{R}$ olsun. $\ln x \leq x - 1$ dir.

ii) Her $n \in \mathbb{N}$ için $x_n \neq 0$ olan bir (x_n) dizisi $\lim x_n = 0$ ise $\lim \frac{\ln(1+x_n)}{x_n} = 1$ dir.

1. $0 < \alpha \in \mathbb{R}$ ise aşağıdaki önermeleri kanıtlayınız.

a)(12 Puan) $1 < x \in \mathbb{R}$ ise $0 < \frac{\ln x}{x^\alpha} < \frac{2}{\alpha\sqrt{x^\alpha}}$ dir.

b)(8 Puan) $\lim \frac{\ln n}{n^\alpha} = 0$ dir.

2. (12 Puan) $0 < p \in \mathbb{R}$ olsun. $\sum_{n=1}^{\infty} n \ln \left(1 + \frac{1}{n^p}\right)$ serisinin yakınsaklığını p nin durumuna göre inceleyiniz.

3. (12 Puan) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$ serisinin toplamını bulunuz..

4. x_n genel terimi aşağıda verilen $\sum_{n=1}^{\infty} x_n$ serilerinin yakınsaklığını inceleyiniz

a)(12 Puan) $x_n = \frac{\ln n}{n^2}$

b)(12 Puan) $x_n = \frac{(-1)^{n+1}}{n^2+1}$

c)(12 Puan) $x_n = \frac{2 \cdot 4 \cdots (2n)}{3 \cdot 5 \cdots (2n+3)}$

d)(8 Puan) $x_n = \frac{(-1)^{n+1}n}{n+1}$

e)(12 Puan) $x_n = \frac{b_n}{n}$, burada $b_n : 1, 1, 1, -1, -1, -1, 1, 1, 1, -1, -1, -1, 1, 1, 1, -1, -1, -1, \dots$