

## MT 241 Analiz 3 Sorular 6

### Seriler

1.  $(s_n)$  bir dizi olsun. Eğer  $(s_{2n})$  ve  $(s_{2n-1})$  alt dizileri yakınsak ve aynı limite sahip ise  $(s_n)$  dizisinin de yakınsak olduğunu gösterin.
2.  $(s_n)$  bir dizi olsun. Eğer  $(s_{2n})$  ve  $(s_{2n-1})$  alt dizileri has ıraksak ve aynı (sonsuz) limite sahip ise  $(s_n)$  dizisinin de has ıraksak olduğunu gösterin.
3.  $\sum x_n$  yakınsak bir seri,  $\sum y_n$  ıraksak bir seri olsun.  $\sum(x_n \pm y_n)$  serilerinin ıraksak olduğunu gösterin.
4.  $\sum x_n$  ıraksak bir seri,  $c \neq 0$  olsun.  $\sum(cx_n)$  serisinin de ıraksak olduğunu gösterin.
5. (a)  $\sum x_n$ ,  $\sum y_n$  ıraksak ama  $\sum(x_n + y_n)$  yakınsak olacak şekilde  $\sum x_n$  ve  $\sum y_n$  serileri bulun.  
(b)  $\sum x_n$ ,  $\sum y_n$  ve  $\sum(x_n + y_n)$  ıraksak olacak şekilde  $\sum x_n$  ve  $\sum y_n$  serileri bulun.
6.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+2)}$  serisinin yakınsak olduğunu gösterip toplamını bulun.
7.  $(b_n)$  bir dizi,  $\forall n \in \mathbb{N}$  için  $a_n = b_{n+1} - b_n$  olsun. Aşağıdaki önermeyi ispatlayın:

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ serisi yakınsaktır} \Leftrightarrow (b_n) \text{ dizisi yakınsaktır}$$

Yakınsak ise,  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  serisinin toplamını bulun.

8.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$  serisinin yakınsak olduğunu gösterip toplamını bulun.
9.  $(b_n)$  bir dizi,  $c_1, c_2, c_3$  **toplamı 0** olacak şekilde üç sayı olsun.  $\forall n \in \mathbb{N}$  için  $a_n = c_1 b_n + c_2 b_{n+1} + c_3 b_{n+2}$  olarak tanımlansın. Aşağıdaki önermeyi ispatlayın:

$$(b_n) \text{ dizisi yakınsaktır} \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ serisi yakınsaktır}$$

Yakınsak ise,  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  serisinin toplamını bulun.

10.  $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n} - 2\sqrt{n+1} + \sqrt{n+2})$  serisinin yakınsak olduğunu göstererek, önceki sorudaki gerektirmenin karşınının doğru olmadığını gösterin.
11. ( $|r| < 1$  olmak üzere)  $\sum_{n=1}^{\infty} nr^{n-1}$  serisinin toplamını bulunuz. (İpucu:  $A_n = 1 + r + r^2 + \dots + r^{n-1}$  olmak üzere  $rs_n + A_{n+1} = (r + 2r^2 + \dots + nr^n) + (1 + r + r^2 + \dots + r^n) = s_{n+1}$  dir.)
12.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+1)!}$  serisinin toplamını bulunuz.
13.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)(n+2)(n+3)}$  serisinin yakınsak olduğunu gösterip toplamını bulun.
14.  $\sum_{n=1}^{\infty} \text{Arctan} \frac{1}{2n^2}$  serisinin yakınsak olduğunu gösterip toplamını bulun.
15.  $\sum_{n=1}^{\infty} \ln \left( \frac{n(n+2)}{(n+1)^2} \right)$  serisinin yakınsak olduğunu gösterip toplamını bulun.
16.  $\sum_{n=2}^{\infty} \ln \left( 1 - \frac{1}{n^2} \right)$  serisinin yakınsak olduğunu gösterip toplamını bulun.