MT 241 Analiz 3 Sorular 3

Diziler

1. $\lim \frac{1}{n^2} = 0$ olduğu limit tanımı ile ($\varepsilon - N_\varepsilon$ ile) gösterin.
2. $a \in \mathbb{R}$ olsun. $\lim \frac{\lfloor na \rfloor}{n} = a$ olduğu limit tanımı ile ($\varepsilon - N_\varepsilon$ ile) gösterin.
3. $\lim \frac{3n+1}{2n+5} = \frac{3}{2}$ olduğunu gösterin.
4. $\lim \frac{2^n}{n!} = 0$ olduğunu gösterin.
5. $x_n = (-1)^n$ dizisinin ıraksak olduğunu gösterin.
6. $\lim \frac{\cos n}{n} = 0$ olduğunu gösterin.
7. $0 \leq a < b$ ise $\lim (a^n + b^n)^{\frac{1}{n}} = b$ olduğun gösterin.
8. $a > 0$ ise $\lim \sqrt[n]{a} = 1$ olduğunu gösterin.
9. $\lim \sqrt[n^2]{n} = 1$ olduğunu gösterin.
10. $a \in \mathbb{R}$ olsun. $\lim \frac{a^n}{n!} = 0$ olduğunu gösterin. (İpucu:$k \in \mathbb{N}$ için $\forall n \in \mathbb{N}$ için $k^n \leq k^k (n-1)!$ olduğunu kullanın)
11. $a > 1$ ve $k \in \mathbb{N}$ (sabit) ise, $\lim \frac{n^k}{a^n} = 0$ olduğunu gösterin.
12. $0 \leq r < 1$ (sabit) ise $\lim r^n = 0$ olduğunu gösterin.
13. $0 \leq r < 1$ (sabit) ise $\lim nr^n = 0$ olduğunu gösterin.
14. (x_n) bir dizi, $\forall n \in \mathbb{N}$ için $x_n \geq 0$ ve $\lim \sqrt[n]{x_n} = L$ ve $L < 1$ ise $\lim x_n = 0$ olduğunu gösterin.
15. Aşağıdaki dizilerin yakınsak olduğunu MYT ile gösteriniz.
    (a) $x_1 = \sqrt{2},\ x_{n+1} = \sqrt{2 + x_n}$
    (b) $x_n = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \cdots + \frac{1}{n!}$
    (c) $x_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \cdots + \frac{1}{2n}$
    (d) $x_n = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \cdots + \frac{1}{n^2}$
    (e) $x_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$
    (f) $a > 0$ (sabit) olmak üzere $x_1 > 0$ (keyfi) ve $x_{n+1} = \frac{1}{2}\left(x_n + \frac{a}{x_n}\right)$ (Limitinin $\sqrt{a}$ olduğunu da gösteriniz.)