

## MT 241 Analiz 3 Sorular 2

### Yığılma Noktası:

1.  $x \in A' \Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0$  için  $A \cap V_\varepsilon(x)$  sonsuzdur
2.  $\emptyset' = \emptyset$ ,  $\mathbb{R}' = \mathbb{Q}' = \mathbb{Q}^{*'} = \mathbb{R}$  olduğunu gösterin.
3.  $A, B \subseteq \mathbb{R}$  olsun. Aşağıdakileri gösterin:
  - (a)  $A \subseteq B$  ise  $A' \subseteq B'$
  - (b)  $(A \cap B)' \subseteq A' \cap B'$
  - (c)  $(A \cap B)' \neq A' \cap B'$  olacak şekilde  $A, B$  kümeleri bulunuz.
  - (d)  $(A \cup B)' = A' \cup B'$
4. Eğer  $\forall x \in A$  için  $a \leq x \leq b$  (yani  $A \subseteq [a, b]$ ) ise  $A' \subseteq [a, b]$  olduğunu gösterin.
5.  $A$ ,  $\mathbb{R}$  de yoğundur  $\Leftrightarrow A' = \mathbb{R}$
6.  $s = \sup A$  ve  $s \notin A$  ise  $s \in A'$  olduğunu gösterin.
7.  $s$ ,  $A$  için bir üst sınır ve  $s \in A'$  ise  $s = \sup A$  olduğunu gösterin.
8.  $s = \inf A$  ve  $s \notin A$  ise  $s \in A'$  olduğunu gösterin.
9.  $s$ ,  $A$  için bir alt sınır ve  $s \in A'$  ise  $s = \inf A$  olduğunu gösterin.
10.  $A = \{\frac{2^n+1}{2^{n+1}} : n \in \mathbb{N}\}$  olsun.  $A' = \{\frac{1}{2}\}$  olduğunu gösterin.
11.  $A = \{(-1)^n + \frac{1}{n} : n \in \mathbb{N}\}$  olsun.  $A' = \{-1, 1\}$  olduğunu gösterin.
12.  $A = \{\frac{1}{n} : n \in \mathbb{N}\}$  olsun.  $A' = \{0\}$  olduğunu gösterin.
13.  $A = \{\sin \frac{1}{n} : n \in \mathbb{N}\}$  olsun.  $A' = \{0\}$  olduğunu gösterin.
14.  $A = \{\cos \frac{1}{n} : n \in \mathbb{N}\}$  olsun.  $A' = \{1\}$  olduğunu gösterin.
15.  $A \subseteq \mathbb{R}$  ve  $A$  sonlu olsun.  $A' = \emptyset$  olduğunu gösterin.

## $\mathbb{R}$ nin Topolojisi

1.  $\emptyset$  ve  $\mathbb{R}$  nin hem açık hem de kapalı olduğunu gösterin.
2.  $A$  ve  $B$  açık (kapalı) ise  $A \cap B$  ve  $A \cup B$  nin de açık (kapalı) olduğunu gösterin.
3. Her açık aralığın bir açık küme olduğunu gösterin.
4. Açık küme olan ama aralık olmayan bir küme bulunuz.
5. Her kapalı aralığın bir kapalı küme olduğunu gösterin.
6. Kapalı küme olan ama aralık olmayan bir küme bulunuz.
7.  $a \in \mathbb{R}$  olsun.  $A = \{a\}$  nın bir kapalı küme olduğunu gösterin.
8.  $\mathbb{Q}$  nun ne açık ne de kapalı olduğunu gösterin.
9.  $\mathbb{Q}^*$  nun ne açık ne de kapalı olduğunu gösterin.
10.  $s = \sup A$  ve  $A$  kapalı ise  $s \in A$  olduğunu gösterin.
11.  $s = \sup A$  ve  $A$  açık ise  $s \notin A$  olduğunu gösterin.
12.  $A = \{1 - \frac{1}{n} : n \in \mathbb{N}\}$  olsun.  $A$  nın ne açık ne de kapalı olduğunu gösterin.
13.  $A = \{1 - \frac{1}{n} : n \in \mathbb{N}\} \cup \{1\}$  olsun.  $A$  nın kapalı olduğunu, açık olmadığını gösterin.
14.  $A$  yoğundur  $\Leftrightarrow A$  yı kapsayan yegane kapalı küme  $\mathbb{R}$  dir.
15.  $A$  kapalı kümedir  $\Leftrightarrow A' \subseteq A$
16.  $A$  bir açık küme ise  $A \subseteq A'$  olduğunu gösterin.
17. \*  $A$  bir açık küme olsun.  $A' = A \Leftrightarrow A = \mathbb{R}$  olduğunu gösterin.
18. \*  $A$ ,  $\mathbb{R}$  de yoğun ve kapalı ise  $A = \mathbb{R}$  olduğunu gösterin.