MT 132 Analiz II Final Sınavı

1. $\displaystyle\int \frac{d\theta}{1+\sin\theta+\cos\theta}$ integralini hesaplayınız.

2. $\displaystyle\int_1^\infty \frac{1}{x\ln x}\,dx$ özge integralinin yakınsak olup olmadığını belirleyiniz.

3. $F(x) = \displaystyle\int_{\sin x}^{x} \sqrt{1+t^4}\,dt$ fonksiyonu için $F''(0)$ ı, ÇÖZÜM ADIMLARINI GÖSTEREREK, bulunuz.

4. α bir gerçel sayı olsun. (Kutupsal koordinatlarda denklemi) $r = e^{3\theta}$ olan eğrinin $(-\infty, \alpha]$ aralığındaki yay uzunluğunu (bir özge integrali hesaplayarak) bulunuz. Bulunan uzunluğa $L(\alpha)$ dersek, $\dfrac{r(\alpha)}{L(\alpha)}$ nin ($r(\alpha) = e^{3\alpha}$) sabit olduğunu gösteriniz.

5. $y = \operatorname{Arcsin} x$ ve $y = \frac{\pi}{2}x^2$ eğrileri arasında kalan bölgenin x-ekseni ve y-ekseni etrafında dönmesiyle oluşan cisimlerin hacimlerini hesaplayan integralleri yazınız (eğriler $x = 0$ ve $x = 1$ iken kesişir). Bu integrallerden **birini** hesaplayınız.

6. $y = \sqrt{3}\,x^2$ ve $y = \sqrt{4-x^2}$ eğrileri arasında kalan ve **koordinatları pozitif** olan noktalardan oluşan düzlem bölgesinin ağırlık merkezinin koordinatlarını bulunuz. (Bölgenin alanı$= \frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{6}$)

7. $f(x,y)$ ve $g(x,y)$ fonksiyonları bir (a,b) noktasında diferansiyellenebiliyor ise $f(x,y) + g(x,y)$ fonksiyonunun da (a,b) noktasında diferansiyellenebilir olduğunu gösteriniz.

8. $f(x,y) = x^2y + x^2 + y^2 - 2y$ fonksiyonunun yerel ekstremumlarını bulunuz.

9. $df = \left(\dfrac{1}{x-y} + y - e^{2x}\right)dx + \left(\dfrac{1}{y-x} + x + y^3\right)dy$ olacak şekilde bir $f(x,y)$ fonksiyonu bulunuz.